On pourrait d'abord se poser la question légitime de savoir si toute fonction admet une dérivée ; c'est l'étude de la dérivabilité qui n'est plus une priorité du programme de TS. Nous admettrons donc que toutes les fonctions étudiées admettent des dérivées.
Comment établir la dérivée f' d'une fontion f ?

On trouvera deux cas possibles :

La fonction est une fonction de référence

Il faut alors connaître ces formules :

Fonction usuelle	Sa dérivée	Condition d'existence de la dérivée
m constante	0	x réel quelconque
$mx+p$	m	x réel quelconque
x^2	$2x$	x réel quelconque
$x^n, n \in \mathbb{N}$	$n \times x^{n-1}$	x réel quelconque
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$	$x \neq 0$
$\frac{1}{x^n}, n \in \mathbb{N}$	$-\frac{n}{x^{n+1}}$	$x \neq 0$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$x \neq 0$
$cos(x)$	$-sin(x)$	x réel quelconque
$sin(x)$	$cos(x)$	x réel quelconque
e^x	e^x	x réel quelconque
$ln(x)$	$\frac{1}{x}$	$x > 0$

Cependant les fonctions rencontrées en maths ou ailleurs sont rarement aussi simples.... Elles sont « fabriquées » à partir de ces fonctions de références par addition, produit ou composition (même si ce dernier mot reste assez mystérieux). Il faut alors appliquer les « bonnes » formules de dérivation rappelées ci-dessous.

Formules de dérivation

Les deux fonctions f et g admettent des dérivées f' et g'.

$$(f+g)' = f' + g'$$
$$(k \times f)' = k \times f'$$
$$(f \times g)' = f' \times g + f \times g'$$
$$(\frac{f}{g})' = \frac{f' \times g - f \times g'}{g^2}$$
$$(f^n)' = n \times f' \times f^{n-1}$$
$$(e^f)' = f' \times e^f$$
$$(ln(f))' = \frac{f'}{f}$$

Ces formules couvrent l'essentiel des connaissances de la classe de Terminale S. Pour une liste plus exhaustive,il faudrait ajouter des fonctions trigonométriques, tellement particulières, qu'elles nécessitent un traitement particulier...

Les exemples importants à savoir refaire...

Les fonctions f suivantes sont supposées dérivables sur leur domaine de définition I.

Fonction	Étape intermédiaire	Résultat
$f(x) = 3e^{1-5x}$	$f'(x) = 3 \times (-5) \times e^{1-5x}$	$f'(x) = -15e^{1-5x}$
$f(x) = 2ln(4x+1)$	$f'(x) = 2 \times \frac{4}{4x+1}$	$f'(x) = \frac{8}{4x+1}$
$f(x) = x + ln(x)$	$f'(x) = 1 + \frac{1}{x}$	$f'(x) = \frac{x+1}{x}$
$f(x) = 2xln(x)$	$f'(x) = 2 \times ln(x) + 2x \times \frac{1}{x}$	$f'(x) = 2ln(x) + 2$
$f(x) = (2x+1)e^{3x}$	$f'(x) = 2e^{3x} + (2x+1) \times 3 \times e^{3x}$	$f'(x) = (6x+5)e^{3x}$
$f(x) = \frac{-x+5}{e^x}$	$f'(x) = \frac{-1 \times e^x - (-x+5) \times e^x}{(e^x)^2}$	$f'(x) = \frac{(x-6)e^x}{e^{2x}} = \frac{x-6}{e^x}$
$f(x) = 2ln(5x-1)$	$f'(x) = 2 \times \frac{5}{5x-1}$	$f'(x) = \frac{10}{5x-1}$
$f(x) = ln(e^{4x-1}+2)$	$f'(x) = \frac{4e^{4x-1}}{e^{4x-1}+2}$	$f'(x) = \frac{4e^{4x-1}}{e^{4x-1}+2}$
$f(x) = (5x-4)^7$	$f'(x) = 7 \times 5 \times (5x-4)^6$	$f'(x) = 35(5x-4)^6$

Enfin, l'apparition de nombreux logiciels de calculs formels, rendent l'affichage des résultats plus rapide même si les étapes quant à elle disparaissent... Voici la copie d'écran d'un de ces logiciels, Xcas, qui donne la dérivée de plusieurs fonctions :