Étudier le signe d'une expression, c'est donner son signe !
Si l'expression est constante, si elle ne dépend de x, alors l'expression a un signe constant, facile à déterminer. En revanche le traitement est différent lorsqu'elle dépend de la variable x. On propose ici de rappeler les méthodes incontournables à connaître.

Le signe des fonctions de référence

On rappelle alors :

❶ Une fonction affine (non constante !)change de signe autour de la valeur $x = -\frac{b}{a}$ qui l'annule. Les tableaux ci-dessous résument les diverses situations :

si $a > 0$

x	$-\infty$		$-\frac{b}{a}$		$+\infty$
signe de $ax+b$		$-$	0	$+$	

si $a < 0$

x	$-\infty$		$-\frac{b}{a}$		$+\infty$
signe de $ax+b$		$+$	0	$-$	

❷ Le signe du discriminant d'un trinôme permet de déterminer si ce trinôme change de signe :

Soit f un trinôme et Δ son discriminant.

— Si $\Delta > 0$ alors f change de signe autour de ses deux racines ;
— Si $\Delta = 0$ alors f a un signe constant qui est celui du coefficient a et s'annule une seule fois ;
— Si $\Delta < 0$ alors f a un signe constant celui du coefficient a.

❸ La fonction exponentielle est strictement positive sur $\mathbb{R}$.

❹ La fonction logarithme, définie pour tout x strictement positif, est négative si $x < 1$ et positive si $x > 1$.

D'autres cas référencés existent mais restons sur ces résultats incontournables. Enfin retenons les règles suivantes, souvent utiles :

Règles des signes

Les dérivées des fonctions s'écrivent souvent sous une forme de produit ou de quotient.

❶ Un produit ou quotient de facteurs positifs est positif ;

❷ Un produit ou quotient de d'un nombre pair de facteurs négatifs est positif ;

❸ Un produit ou quotient de d'un nombre impair de facteurs négatifs est négatif !

En générale on présente ces études dans un tableau.

Tournez la page

Des exemples où il s'agit d'étudier le signe de la fonction considérée.

① Soit f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = (x-2)e^{3x-1}$
f est le produit d'une fonction affine et d'une fonction exponentielle. D'où :

x	$-\infty$		2		$+\infty$
signe de $x-2$	$-$	$-$	0	$+$	
signe de e^{3x-1}	$+$	$+$	$+$	$+$	
signe de $f(x)$	$-$	$-$	0	$+$	

② Soit f la fonction définie sur $]-2;+\infty[$ par : $f(x) = x\ln(x+2)$
Alors f est le produit de x et de $\ln(x+2)$. Ce logarithme s'annule pour $x=-1$ et change de signe autour de cette valeur. D'où :

x	-2		-1		0		$+\infty$
signe de x		$-$		$-$	0	$+$	
signe de $\ln(x+2)$	$\parallel -$	$-$	0	$+$		$+$	
signe de $f(x)$	$\parallel +$	$+$	0	$-$	0	$+$	

③ Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \dfrac{x^2+1}{e^{2x}}$.
f est le quotient de deux quantités strictement positives. Donc, f est strictement positive sur $\mathbb{R}$.

Rappelons enfin qu'une représentation graphique d'une fonction permet de donner rapidement le signe de cette fonction.