Exercice 1 ✯ Soit X la variable aléatoire qui à chaque, associe la production en tonnes d'un article. On suppose que X est continue à valeurs dans l'intervalle $[0; 10]$ dont la densité de probabilité f est définie par :

$$f(x) = 0.006(10x - x^2)$$

① Prouver que f est bien une densité de probabilité.

② Calculer la probabilité des événements suivants :

A :$X \leq 7$ et B :≪ la production quotidienne dépasse 6 tonnes ≫

③ Déterminer l'espérance mathématique de X.

Exercice 2 ✯ Le temps d'attente T à une caisse, en minutes, est une variable aléatoire qui suit une loi uniforme sur l'intervalle $[1; 10]$.

① Déterminer la fonction de densité.

② Déterminer la probabilité des événements suivants :

A :$T \leq 5$ et B :≪ le client attend plus de 4 minutes ≫

③ Déterminer l'espérance de T.

Exercice 3 ✯ La variable Y suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda = 0.25$.

① Déterminer $\mathrm{p}(Y < 2)$ et $\mathrm{p}(Y \geq 5)$.

② Déterminer $\mathrm{p}_{Y \geq 2}(Y \geq 4)$

③ Déterminer l'espérance de Y.

Exercice 4 ✯ Une partie consiste à lancer 300 fois une pièce de monnaie truquée : la probabilité d'obtenir face est de $\dfrac{2}{3}$.
On désigne par X la variable aléatoire qui à chaque partie associe le nombre de faces obtenus.

① Justifier que X suit une loi binomiale dont on donnera les paramètres.

② Peut-on calculer facilement $\mathrm{p}(X > 210)$?

③ Pour faciliter le calcul de la probabilité précédente, on applique le théorème de Moivre Laplace pour approcher la loi binomiale par une loi normale.

(a) Déterminer les paramètres de cette loi normale.

(b) En déduire une valeur approchée de $\mathrm{p}(X > 210)$ avec la loi normale.

Exercice 5 ✯ Une machine fabrique des barres métalliques en acier. On choisit au hasard une pièce et on appelle L la variable aléatoire égale à la longueur de la pièce en millimètres.
On suppose que L suit une loi normale de paramètre $\mu = 500$ et d'écart-type $\sigma = 0.12$.
Un pièce est jugée conforme si la longueur est comprise entre 499.79 et 500.21.

① On choisit une pièce au hasard. Calculer la probabilité qu'elle ne soit pas conforme.

② Déterminer au millième près, le réel α tel que $\mathrm{p}(500 - \alpha \leq L \leq 500 + \alpha) = 0.8$.