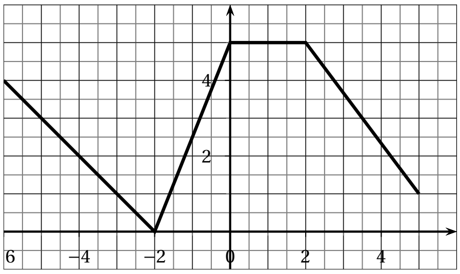
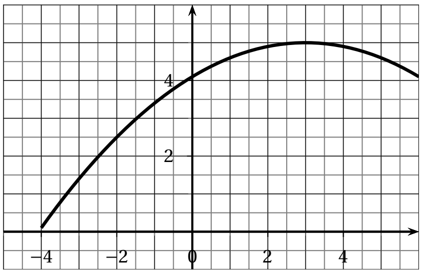
APPLICATION DE LA DÉFINITION : UNE INTÉGRALE D'UNE FONCTION POSITIVE EST L'AIRE D'UN DOMAINE...

Exercice 1 ✯Ci-dessous, on note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de f. Déterminer la valeur de $\int_a^b f(x)\,dx$ dans les cas suivants :



① $a=-2$ et $b=2$
② $a=-6$ et $b=5$

Exercice 2 ✯ Ci-dessous, la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ d'une fonction f dont on connaît pas l'expression algébrique :



Par la méthode des rectangles, donner un encadrement de $\int_{-4}^{6} f(x)\,dx$ avec la précision permise par le graphique.

CALCULS D'INTÉGRALE PAR LA RECHERCHE D'UNE PRIMITIVE.

Exercice 3 ✯Dans chaque cas, déterminer une primitive de la fonction intégrée puis calculer l'intégrale. Par exemple :

$$\int_{-1}^{3} e^{-2x+1}\,dx = [-\frac{1}{2}e^{-2x+1}]_{-1}^{3} = -\frac{1}{2}e^{-2\times 3+1} - (-\frac{1}{2}e^{-2\times(-1)+1}) = \frac{e^3-e^{-5}}{2} \approx 10.04$$

① $\int_{-2}^{2} x^3+x^2+1\,dx$
② $\int_0^4 0.5x^2\,dx$
③ $\int_{-1}^{1} e^{-x}\,dx$
④ $\int_1^5 \frac{3}{x}\,dx$
⑤ $\int_0^4 0.5x^2\,dx$
⑥ $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin(x)\,dx$
⑦ $\int_{-4}^{4} |\,x\,|\,dx$
⑧ $\int_{-1}^{2} e^{2-5x}\,dx$
⑨ $\int_0^1 \frac{2}{3x+1}\,dx$
⑩ $\int_0^2 \frac{e^{-t}}{1+e^{-t}}\,dt$

Exercice 4 ✯On considère l'intégrale $H=\int_0^1 \frac{1}{(x+1)(x+2)}\,dx$.

① Déterminer les nombres a et b tels que $\frac{1}{(x+1)(x+2)} = \frac{a}{x+1}+\frac{b}{x+2}$ pour tous x dans $[0;1]$.
② En déduire la valeur exacte de H puis une valeur approchée au centième.

Exercice 5 ✯On considère l'intégrale $G=\int_0^1 \frac{1}{1+e^t}\,dt$.

① Prouver que pour réel t, on a : $\frac{1}{1+e^t} = 1-\frac{e^t}{1+e^t}$
② Calculer alors la valeur exacte de G avant d'en donner une valeur approchée au centième.

Exercice 6 ✯✯ Une question simple pour peu que vous comprenez ce que vous faites :

$$\text{Que vaut l'intégrale } I = \int_0^5 \frac{t}{1+e^t}\,dx\,?$$

CALCULS D'INTÉGRALE PAR D'AUTRES MÉTHODES...

Exercice 7 On considère les intégrales $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos^2(x)\,dx$, $J = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin^2(x)\,dx$ et $K = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos(2x)\,dx$

① ❶ Déterminer une primitive de $\cos(2x)$.

❷ En déduire la valeur exacte de K.

② Que vaut $I+J$?

③ Que vaut $I-J$?

④ Des deux questions précédentes en déduire la valeur de I et J.