On calcule une probabilité comme une fréquence en considérant le rapport de la partie au tout. Si A est un événement d'un ensemble E alors la probabilité de A est le rapport du nombre d'éléments de A sur celui de E. Pour dénombrer ces ensembles, on utilise :

Un tableau , qui recense rapidement le nombre d'éléments des événements considérés

Un arbre ,qui permet d'illustrer des probabilités conditionnelles, ce que ne fait pas le tableau.

On retiendra les formules suivantes qui peuvent être utiles. Pour tous événements A et B :

- $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$ et $p(\bar{A}) = 1 - p(A)$;
- $p_A(B) = \dfrac{p(A \cap B)}{p(A)}$;

La deuxième formule permet d'énoncer la règle qui consiste à multiplier les probabilités rencontrées sur le chemin d'un arbre pour déterminer la probabilité que le chemin désigne.

Exercice 1 Dans un lycée, on interroge les élèves de terminale STG sur leurs intentions d'orientation post-bac après le conseil de classe du troisième trimestre. On compte parmi ces élèves 45 % de filles.

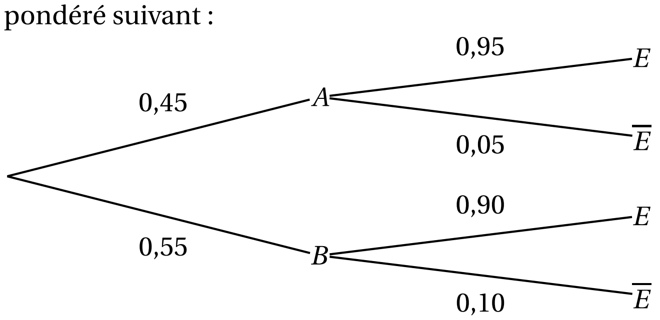
- 95 % des filles souhaitent s'inscrire en BTS ou DUT.
- 90 % des garçons souhaitent cette même orientation.

On choisit une fiche au hasard. Chaque fiche a la même probabilité d'être choisie.

On note A, B et E les évènements suivants :

- A : « l'élève est une fille » ;
- B : « l'élève est un garçon » ;
- E : « l'élève souhaite s'inscrire en BTS ou DUT ».

1. Recopier et compléter l'arbre pondéré suivant :



2. Définir par une phrase l'évènement $A \cap E$.
   L'élève est une fille ***et*** *elle souhaite s'inscrire en BTS ou DUT*
3. Calculer les probabilités des évènements $A \cap E$ et $B \cap E$.
   $p(A \cap E) = p(A) \times p_A(E) = 0.45 \times 0.95 = 0.4275$ *et de la même façon* $p(B \cap E) = p(B) \times p_B(E) = 0.55 \times 0.90 = 0.495$
4. En déduire la probabilité de l'événement E.
   $p(E) = p(A \cap E) + p(B \cap E) = 0.4275 + 0.495 = 0.9175$
5. Calculer la probabilité conditionnelle de A sachant E, notée $P_E(A)$ et celle de B sachant E notée $P_E(B)$.
   $p_E(A) = \dfrac{p(A \cap E)}{E} = \dfrac{0.4275}{0.9175} \approx 0.466$ *et de la même façon* $p_E(B) = \dfrac{p(B \cap E)}{E} \approx 0.540$ Comparer ces probabilités. Que peut-on en conclure ?
   Parmi ceux qui demandent une orientation en BTS ou DUT, la probabilité d'obtenir un garçon est plus grande.

Exercice 2 Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM)

Pour chaque question, trois réponses sont proposées, **une seule réponse est correcte.**

Pour chaque question, indiquer le numéro de la question et recopier la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

Chaque réponse correcte rapporte 1 *point. Une réponse incorrecte ou une question sans réponse n'apporte ni ne retire aucun point.*

Au rayon « multimédia » d'un magasin, un écran plat et un lecteur DVD sont en promotion pendant une semaine. Un client étant choisi au hasard, on désigne par :

– A l'évènement « le client achète l'écran plat en promotion ».
– B l'évènement « le client acquiert le lecteur DVD en promotion ».

On estime que $p(A) = \dfrac{1}{3}$, $p\left(\overline{\text{A}} \cap \text{B}\right) = \dfrac{1}{9}$ et que la probabilité de l'évènement « le client achète les deux objets en promotion » est $\dfrac{1}{18}$.

Pour répondre aux questions suivantes on pourra s'aider d'un arbre de probabilités ou d'un tableau.

1. $p\left(\overline{\text{A}}\right)$ est égale à

   - $\dfrac{17}{18}$
   - $\dfrac{1}{6}$
   - $\dfrac{2}{3}$

   Réponse :$p\left(\overline{A}\right) = 1 - p(A) = \dfrac{2}{3}$

2. $p(\text{B})$ est égale à

   - $\dfrac{1}{6}$
   - $\dfrac{5}{18}$
   - $\dfrac{13}{18}$

   Réponse :$p(B) = p\left(\overline{A} \cap B\right) + p\left(A \cap B\right) = \dfrac{1}{18} + \dfrac{1}{9} = \dfrac{1}{18} + \dfrac{2}{18} = \dfrac{3}{18} = \dfrac{1}{6}$

3. $p_{\text{A}}(\text{B})$ est égale à

   - $\dfrac{1}{2}$
   - $\dfrac{1}{18}$
   - $\dfrac{1}{6}$

   Réponse :$p_A(B) = \dfrac{p(A \cap B)}{p(A)} = \dfrac{\frac{1}{18}}{\frac{1}{3}} = \dfrac{1}{6}$

4. $p(\text{A} \cup \text{B})$ est égale à

   - $\dfrac{1}{2}$
   - $\dfrac{4}{9}$
   - $\dfrac{1}{18}$

   Réponse :$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) = \dfrac{1}{3} + \dfrac{1}{6} - \dfrac{1}{18} = \dfrac{6+3-1}{18} = \dfrac{8}{18} = \dfrac{4}{9}$

Exercice 3 Quatre candidats A, B, C , D se présentent à une élection régionale.
Avant le scrutin, on a interrogé 1 000 personnes âgées de 18 à 90 ans s'étant prononcées sur leur intention de vote et ayant communiqué leur tranche d'âge.
On a obtenu le tableau de répartition suivant :

Candidats des électeurs / Âge	A	B	C	D	Total
[18 ; 30[	100	50	30	20	200
[30 ; 50[	150	50	20	80	300
[50 ; 90]	50	300	50	100	500
Total	300	400	100	200	1 000

1. On choisit une des 1 000 personnes interrogées. On suppose que toutes les personnes ont la même probabilité d'être choisies.
   On mettra tous les résultats sous forme décimale.

(a) Calculer la probabilité de chacun des évènements suivants :

J : « la personne choisie appartient à la tranche d'âge [18 ; 30[».

$p(J) = \dfrac{200}{1000} = \dfrac{1}{5} = 0.2$

B : « la personne choisie a voté pour le candidat B ».

$p(B) = \dfrac{400}{1000} = 0.4$

(b) Traduire par une phrase l'évènement J $\cap$ $\overline{\text{B}}$ et calculer sa probabilité.

La personne a un âge entre 18 et 30 ans ***et n'*** *a* ***pas*** *voté pour le candidat B.On a* $p(J \cap \overline{B}) = \dfrac{150}{1000} = 0.15$

2. Calculer la probabilité que la personne choisie n'ait pas voté pour le candidat B, sachant qu'elle est dans la tranche d'âge [18 ; 30[.

On cherche $p_J(\overline{B})$*. Or parmi les 200 qui ont un âge entre 18 et 30 ans, 50 ont voté pour le candidat* B*. Donc :*$p_J(\overline{B}) = \dfrac{200-50}{200} = 0.75$