Exercice 1 Partie A

Une entreprise fabrique des jouets qu'elle vend par lots. Elle peut fabriquer jusqu'à 14 lots par jour et, lorsqu'elle fabrique et vend x lots, le coût de fabrication journalier correspondant est donné, en centaine d'euros, par :

$$C(x) = 0,2x^3 - 3,6x^2 + 21,6x - 30,$$

x appartenant à l'intervalle $[2\,;\,14]$.

De plus, le prix de vente d'un lot dépend du nombre x de lots vendus et il est exprimé, en centaine d'euros, par :

$$P(x) = 7,2 - 0,3x.$$

1. Montrer que le montant de la recette journalière correspondant à la vente de x lots est donné, en centaine d'euros, par :

$$R(x) = 7,2x - 0,3x^2.$$

2. Le graphique, représenté en annexe, décrit le montant des recettes journalières R et le coût de production C en fonction du nombre de lots x fabriqués et vendus par jour. On utilisera ce graphique pour répondre aux question **2.a., 2.b.** et **2.c.** suivantes :

a. Reproduire et compléter le tableau suivant. (Les résultats seront donnés en nombres entiers)

x	3	5	10	12	14
Coût de production (en centaine d'euros)					
Recette journalière (en centaine d'euros)					
Bénéfice journalier (en centaine d'euros)					

b. Combien doit-on produire de lots pour que l'entreprise réalise un bénéfice chaque jour ? Justifier.

c. Pour quel nombre de lots le bénéfice vous paraît-il maximum ? Justifier.

Partie B

On souhaite déterminer exactement le nombre de lots pour lequel le bénéfice est maximum. Pour tout x appartenant à l'intervalle $[2\,;\,11]$ on pose :

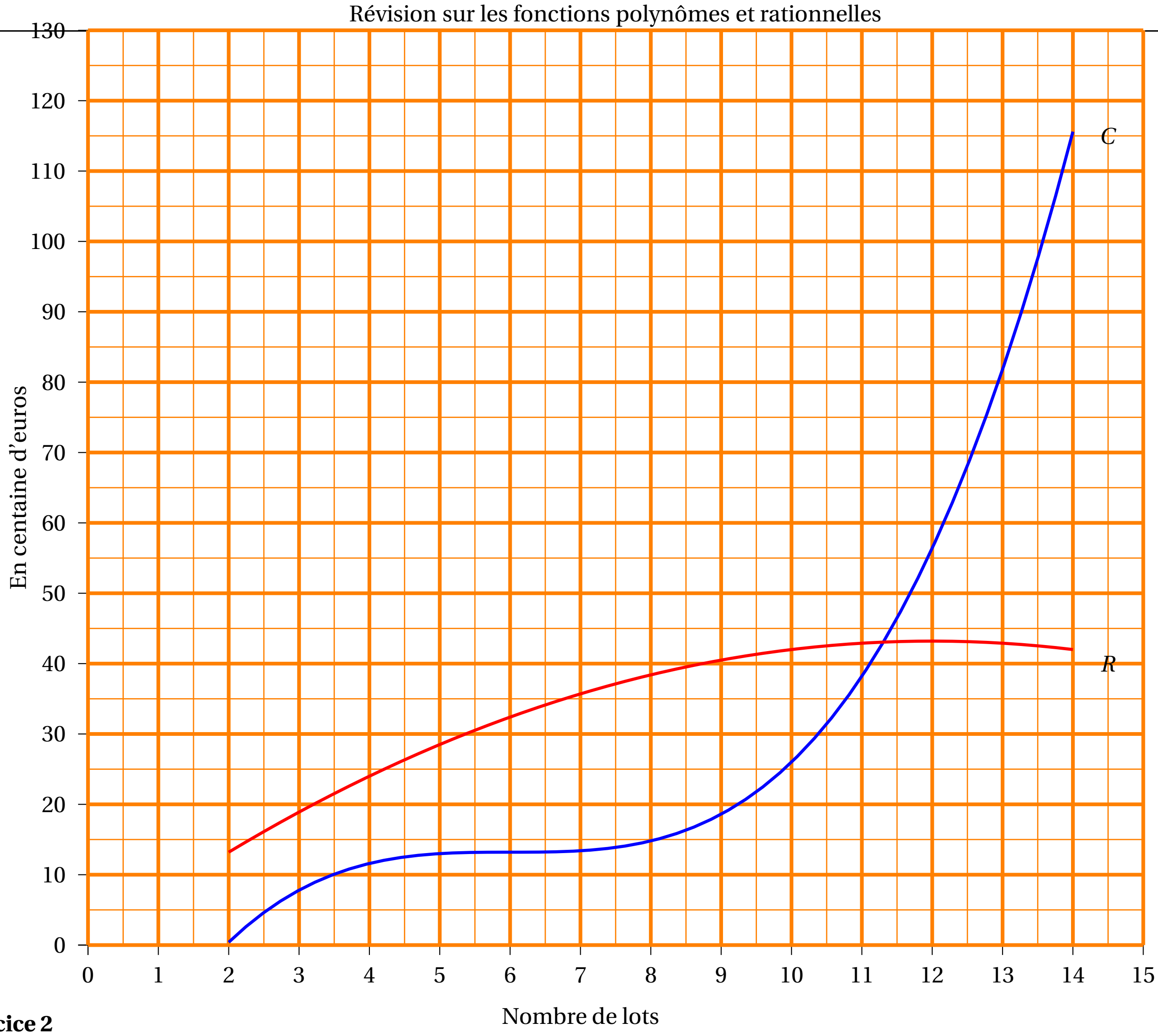
$$B(x) = R(x) - C(x) = -0,2x^3 + 3,3x^2 - 14,4x + 30.$$

1. Calculer $B'(x)$ où B'désigne la dérivée de la fonction B.

2. Déterminer le signe de $B'(x)$ pour x appartenant à l'intervalle $[2\,;\,11]$. Dresser le tableau de variations de la fonction B sur cet intervalle.

3. En déduire quel doit être le nombre de lots fabriqués et vendus pour que le bénéfice journalier soit maximal. Que vaut alors ce bénéfice maximal ?

ANNEXE



Exercice 2

1. Soit la fonction numérique f définie sur l'intervalle $[1\,;\,20]$ par

$$f(x) = \frac{x}{4} + 1 + \frac{4}{x}.$$

On note f' la dérivée de f' ; vérifier que $f'(x) = \dfrac{(x-4)(x+4)}{4x^2}$.
En déduire le tableau de variations de f.

2. Le coût de production, exprimé en million d'euro, pour fabriquer q milliers de tonnes de produit A est donné par

$$C(q) = 4 + q + \frac{q^2}{4}.$$

Pour que l'entreprise existe, la production ne peut être inférieure à un millier de tonnes de produit A et ne peut être supérieure à 20 milliers de tonnes.

   a. Déterminer $U(q)$ le coût unitaire de production d'un millier de tonnes de produit A, lorsque la production est de q milliers de tonnes.

   b. L'entreprise décide de choisir le niveau de production qui minimisera son coût unitaire.En utilisant la question **1** , déterminer cette production.

Exercice 3 Pour financer un échange scolaire, les 32 élèves dune classe de seconde veulent vendre des nougats et des chocolats. Par souci d'économie, ils décident de commander les nougats et les chocolats en vrac chez un chocolatier, puis de faire eux-mêmes les emballages en achetant des petites boîtes en carton.

Les prix du chocolatier sont donnés par les deux courbes de l'annexe de l'exercice 2. La courbe $\mathscr{N}$ représente la fonction f, définie pour tout nombre réel x de l'intervalle $[10\,;\,100]$, qui donne le prix d'achat en euros de x kilogrammes de nougats. La courbe $\mathscr{C}$ représente la fonction g, définie pour tout nombre réel x de l'intervalle $[10;\,100]$, qui donne le prix d'achat, en euros, de x kilogrammes de chocolats.

1. **a.** Déterminer graphiquement le prix, en euros, de 40 kilogrammes de nougats en faisant apparaître tous les tracés utiles sur l'annexe de l'exercice 2 qui sera à rendre avec la copie.

b. Sachant que le prix des nougats est proportionnel à la quantité achetée, en déduire que, pour tout nombre réel x de l'intervalle $[10\,;\,100]$, la fonction f est définie par $f(x) = 35x$.

c. La fonction g est définie pour tout nombre réel x de l'intervalle $[10\,;\,100]$ par $g(x) = -0,2x^2 + 50x + 80$. Calculer le prix, en euros, d'une commande de 40 kilogrammes de nougats et de 100 kilogrammes de chocolats.

d. Déterminer, à l'aide du graphique, le montant, en euros, d'une commande de 80 kilogrammes de nougats et de 80 kilogrammes de chocolats. Ce résultat devra être justifié par un tracé en pointillé sur l'annexe de l'exercice 2. Retrouver le résultat par le calcul.

2. **a.** Quel est le prix moyen, en euros, d'un kilogramme de chocolats pour une commande de 50 kilogrammes.

b. Montrer que le prix moyen, en euros, d'un kilogramme de chocolats pour une commande de x kilogrammes est donné par la fonction h définie, pour tout nombre réel x de l'intervalle $[10\,;\,100]$, par

$$h(x) = -0,2x + 50 + \frac{80}{x}.$$

c. Pour tout nombre réel x de l'intervalle $[10\,;\,100]$, calculer $h'(x)$ où h' désigne la fonction dérivée de la fonction h.Vérifier que, pour tout nombre réel x de l'intervalle $[10\,;\,100]$, $h'(x)$ est strictement négatif.

d. Dresser le tableau de variations de h sur l'intervalle $[10\,;\,100]$. Que peut-on en déduire quant au prix moyen du kilogramme de chocolats en fonction de la quantité achetée ?

Prix des nougats et des chocolats, en euro, en fonction de la quantité x, en kilogramme, commandés