

Un laboratoire pharmaceutique fabrique et commercialise un produit. Ce laboratoire peut produire de 5 à 30 kg du produit par semaine.

A) Étude graphique du bénéfice :

Le laboratoire s'intéresse maintenant au coût total de production, exprimé en euros et modélisé par la fonction C dont l'expression est

$$C(x) = \frac{1}{3}x^3 - 11x^2 + 100x + 72,$$

où x appartient à l'intervalle $[5 ; 30]$.

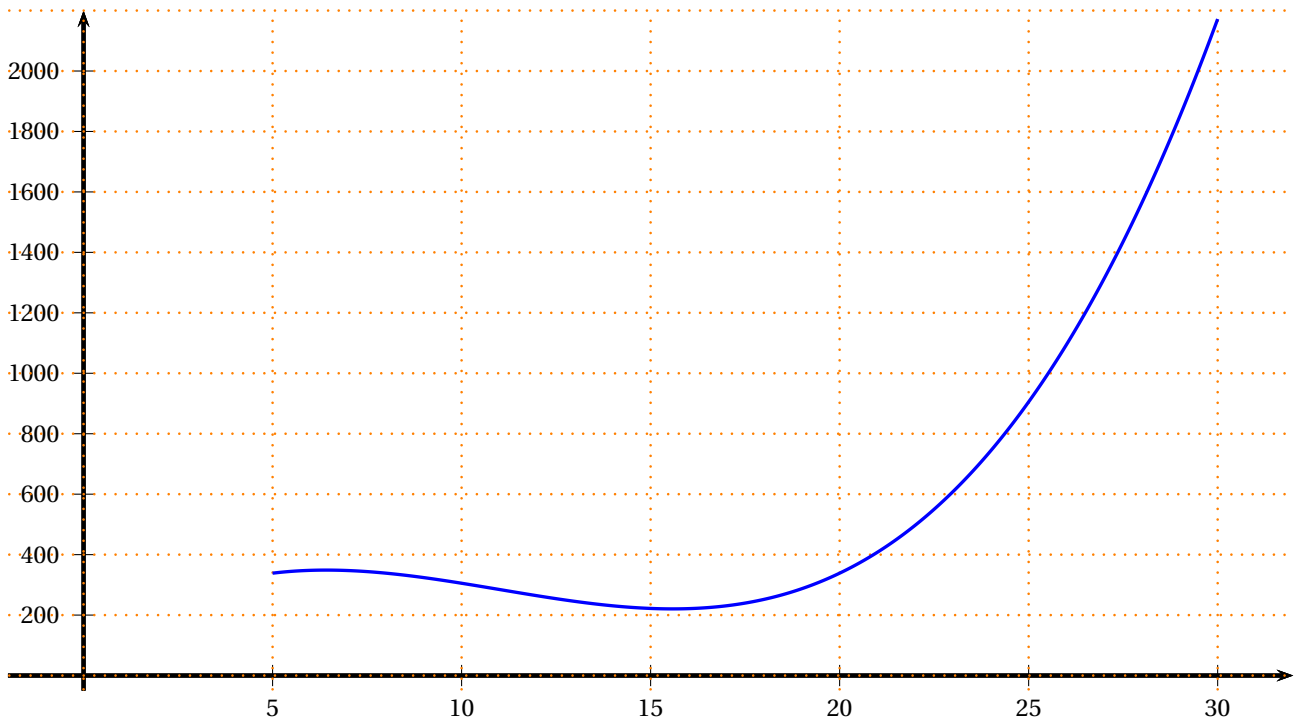
La courbe représentative de la fonction C sur l'intervalle $[5 ; 30]$ est donnée ci-dessous.

- Par lecture graphique, estimer la quantité dont le coût total de production est de 600 €.

On laissera apparents les traits nécessaires à la lecture graphique.

- Après une étude de marché, le prix de vente du produit a été estimé à 60 € le kg. Donner, en fonction de x , l'expression $R(x)$ de la fonction R modélisant la recette.
 - Représenter graphiquement, sur la feuille annexe 1, la fonction R sur l'intervalle $[5 ; 30]$.
 - Le laboratoire souhaite connaître l'intervalle dans lequel doit se trouver la quantité de produit à vendre pour réaliser un bénéfice. Quel est cet intervalle ?

On laissera apparents les traits nécessaires à la lecture graphique.



B) Étude algébrique du bénéfice :

Le bénéfice réalisé par l'entreprise, c'est-à-dire la différence entre la recette et le coût de production, est exprimé en euros et modélisé par la fonction B dont l'expression est

$$B(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 11x^2 - 40x - 72,$$

où x appartient à l'intervalle $[5 ; 30]$.

- Visualiser à la calculatrice la courbe représentative de la fonction B puis conjecturer ses variations sur l'intervalle $[5 ; 30]$.
- Déterminer $B'(x)$ puis déterminer son signe sur l'intervalle $[5 ; 30]$.
- En déduire les variations de B sur l'intervalle $[5 ; 30]$.
- On considère que la production est entièrement vendue. Déterminer la quantité à produire pour réaliser un bénéfice maximum.
 - Le service de commercialisation du laboratoire a fixé un objectif de vente entre 15 kg et 24 kg pour la semaine à venir. Quel est le **bénéfice minimum** envisageable ?