Exercice 1 ✭ Déterminer la fonction dérivée des fonctions suivantes :

1. $f'(x) = 4$
2. $f'(x) = -1$
3. $f'(x) = 0.2x$
4. $f'(x) = -2x$
5. $f'(x) = 10x - 3$
6. $f'(x) = 3x^2 - 0.8x + 1$
7. $C'(q) = -3q^2 + 4q - 6$
8. $R'(t) = -3t^2$

Exercice 2 ✭✭ Déterminer la fonction dérivée des fonctions suivantes :

1. $f'(x) = 1 \times (4x - 5) + (x - 4) \times 4 = 4x - 5 + 4x - 16 = 8x - 21$
2. $f'(x) = \dfrac{2 \times (x+2) - 1 \times (2x-1)}{(x+2)^2} = \dfrac{5}{(x+2)^2}$
3. $f'(x) = \dfrac{1 \times (1-x) - (-1) \times x}{(1-x)^2} = \dfrac{1}{(1-x)^2}$

Exercice 3 ✭ Déterminer le signe de chaque expression ou fonction en dressant leur tableau de signes sur l'intervalle I.

1. $f(x) = 0.5x - 5$ sur $I = [0; 20]$;

x	0		10		20
$0.5x - 5$		$-$	0	$+$	

2. $f(x) = 1 - x$ sur $I = [-2; 2]$;

x	-2		1		2
$1 - x$		$+$	0	$-$	

3. $f(x) = x^2 + 1$ sur $I = [-4; 10]$;

x	-4		10
$x^2 + 1$		$+$	

4. $f(x) = (x + 2)(x - 10)$ sur $I = [-2; 15]$;

x	-2		10		15
$x + 2$	0	$+$		$+$	
$x - 10$		$-$	0	$+$	
$(x+2)(x-10)$	0	$-$	0	$+$	

5. $f(x) = x^2 - x - 6$ sur $I = [-5; 5]$;
C'est un polynôme du second degré ; il faut calculer son discriminant Δ avant selon sa valeur (et plus précisément son signe...) de conclure sur le signe du trinôme. Or $\Delta = b^2 - 4 \times a \times c = (-1)^2 - 4 \times 1 \times (-6) = 25 > 0$. Donc le polynôme change de signe autour de ses deux racines $x_1 = -2$ et $x_2 = 3$ selon le tableau suivant :

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

6. $f(x) = (1 - 0.5x)(15 - 2x)$ sur $I = [0; 10]$;

x	0		2		7.5		10
$1 - 0.5x$		$+$	0	$-$		$-$	
$15 - 2x$		$-$		$-$	0	$+$	
$(1 - 0.5x)(15 - 2x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

7. $f(x) = x^2(4x - 10)$ sur $I = [-10; 20]$;

x	-10		0		2.5		10
x^2		$+$	0	$+$		$+$	
$4x - 10$		$-$		$-$	0	$+$	
$x^2(4x - 10)$		$-$	0	$-$	0	$-$	

8. $f(x) = \dfrac{1+x}{1-x}$ sur $I = [-2; 2]$;

x	-2		-1		1		2
$x + 1$		$-$	0	$+$		$+$	
$1 - x$		$+$		$+$	0	$-$	
$\dfrac{x+1}{1-x}$		$-$	0	$+$	$\|$	$-$	

9. $C(q) = \dfrac{0.2q(5-q)}{(q+1)^2}$ sur $I = [0; 10]$.

q	0				5		10
$0.2q$	0	$+$		$+$		$+$	
$5 - q$		$+$		$+$	0	$-$	
$(q + 1)^2$		$+$		$+$		$+$	
$\dfrac{0.2q(5-q)}{(q+1)^2}$		$+$		$+$	0	$-$	

Exercice 4 ✯ On considère la fonction f définie sur $[0;10]$ par : $f(x) = -x^2 + 4x + 5$

1. Déterminer la dérivée f' de f. Simplement $f'(x) = -2x + 4$
2. Déterminer le signe de f' sur $[0;10]$.*f' est une fonction affine dont le tableau de signes est donné ci-dessous...*
3. En déduire le tableau de variations de f sur $[0;10]$.

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$-2x+4$		$+$	0	$-$	
f	$-\infty$	$\nearrow$	9	$\searrow$	$-\infty$

Exercice 5 ✯ On considère la fonction g définie sur $[0;10]$ par : $g(x) = -x^3 + 12x^2 - 21x + 10$

1. Déterminer la dérivée g' de g.*Simplement $g'(x) = -3x^2 + 24x - 21$ qui est un trinôme...*
2. Déterminer le signe de g' sur $[0;10]$. *On calcule le discriminant $\Delta = 24^2 - 4 \times (-3) \times (-21) = 324 = 18^2$. Donc le trinôme change de signe autour de ses deux racines $x_1 = 1$ et $x_2 = 7$.*
3. En déduire le tableau de variations de g sur $[0;10]$.

x	0		1		7		10
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
g	10	$\searrow$	0	$\nearrow$	138	$\searrow$	0