

**Exercice 1** Une grande université, en pleine croissance d'effectifs, accueillait 27 500 étudiants en septembre 2016.

Le président de l'université est inquiet car il sait que, malgré une gestion optimale des locaux et une répartition des étudiants sur les divers sites de son université, il ne pourra pas accueillir plus de 33 000 étudiants.

Une étude statistique lui permet d'élaborer un modèle de prévisions selon lequel, chaque année :

- 150 étudiants démissionnent en cours d'année universitaire (entre le 1<sup>er</sup> septembre et le 30 juin) ;
- les effectifs constatés à la rentrée de septembre connaissent une augmentation de 4 % par rapport à ceux du mois de juin qui précède.

Pour tout entier naturel  $n$ , on note  $u_n$  le nombre d'étudiants estimé selon ce modèle à la rentrée de septembre 2016 +  $n$ , on a donc  $u_0 = 27\,500$ .

1. (a) Estimer le nombre d'étudiants en juin 2017.  
(b) Estimer le nombre d'étudiants à la rentrée de septembre 2017.
2. Justifier que, pour tout entier naturel  $n$ , on a  $u_{n+1} = 1,04u_n - 156$ .
3. Recopier et compléter les lignes L5, L6, L7 et L9 de l'algorithme suivant afin qu'il donne l'année à partir de laquelle le nombre d'étudiants à accueillir dépassera la capacité maximale de l'établissement.

```

L1 Variables :   n est un nombre entier naturel
L2              U est un nombre réel
L3 Traitement : n prend la valeur 0
L4              U prend la valeur 27 500
L5              Tant que U ≤ ..... faire
L6                  n prend la valeur .....
L7                  U prend la valeur .....
L8              Fin Tant que
L9 Sortie :     Afficher .....
```

4. (a) On fait fonctionner cet algorithme pas à pas.  
Recopier le tableau suivant et le compléter en ajoutant le nombre nécessaire de colonnes ; on arrondira les valeurs de  $U$  à l'unité.

	Initialisation	Étape 1	...
Valeur de $n$	0	...	
Valeur de $U$	27 500	...	

- (b) Donner la valeur affichée en sortie de cet algorithme.
5. On cherche à calculer explicitement le terme général  $u_n$  en fonction de  $n$ .  
Pour cela, on note  $(v_n)$  la suite définie, pour tout entier naturel  $n$ , par  $v_n = u_n - 3\,900$ .
  - (a) Montrer que  $(v_n)$  est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.
  - (b) En déduire que, pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_n = 23\,600 \times 1,04^n + 3\,900$ .

- (c) Déterminer la limite de la suite  $(u_n)$  et en donner une interprétation dans le contexte de l'exercice.

### Exercice 2 *Les deux parties sont indépendantes*

#### Partie A : L'accord de Kyoto (1997)

Le principal gaz à effet de serre (GES) est le dioxyde de carbone, noté  $\text{CO}_2$ .

En 2011, la France a émis 486 mégatonnes de GES en équivalent  $\text{CO}_2$  contre 559 mégatonnes en 1990.

1. Dans l'accord de Kyoto, la France s'est engagée à réduire ses GES de 8 % entre 1990 et 2012. Peut-on dire qu'en 2011 la France respectait déjà cet engagement ? Justifier la réponse.
2. Sachant que les émissions de 2011 ont marqué une baisse de 5,6 % par rapport à 2010, calculer le nombre de mégatonnes en équivalent  $\text{CO}_2$  émises par la France en 2010. Arrondir le résultat à 0,1.

#### Partie B : Étude des émissions de gaz à effet de serre d'une zone industrielle

Un plan de réduction des émissions de gaz à effet de serre (GES) a été mis en place dans une zone industrielle. On estime que, pour les entreprises déjà installées sur le site, les mesures de ce plan conduisent à une réduction des émissions de 2 % d'une année sur l'autre et que, chaque année, les implantations de nouvelles entreprises sur le site génèrent 200 tonnes de GES en équivalent  $\text{CO}_2$ .

En 2005, cette zone industrielle a émis 41 milliers de tonnes de  $\text{CO}_2$  au total.

Pour tout entier naturel  $n$ , on note  $u_n$  le nombre de milliers de tonnes de  $\text{CO}_2$  émis dans cette zone industrielle au cours de l'année  $2005 + n$ .

1. Déterminer  $u_0$  et  $u_1$ .
2. Montrer que, pour tout entier naturel  $n$ , on a :  $u_{n+1} = 0,98 \times u_n + 0,2$ .
3. On considère la suite  $(v_n)$  définie, pour tout entier naturel  $n$ , par  $v_n = u_n - 10$ .
  - (a) Montrer que la suite  $(v_n)$  est géométrique de raison 0,98. Préciser son premier terme.
  - (b) Exprimer  $v_n$  en fonction de  $n$ , pour tout entier naturel  $n$ .
  - (c) En déduire que, pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_n = 31 \times (0,98)^n + 10$ .
4.
  - (a) Calculer la limite de la suite  $(u_n)$ .
  - (b) Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.
5. À l'aide de l'algorithme ci-dessous, on se propose de déterminer l'année à partir de laquelle la zone industrielle aura réduit au moins de moitié ses émissions de  $\text{CO}_2$ , par rapport à l'année 2005.

(a)

Recopier et compléter les lignes 7 et 9 de l'algorithme

1	Variables
2	$U$ est du type nombre
3	$n$ est du type nombre entier
4	Début Algorithme
5	$U$ prend la valeur 41
6	$n$ prend la valeur 0
7	Tant que (.....) faire
8	Début Tant que
9	$U$ prend la valeur ...
10	$n$ prend la valeur $n + 1$
11	Fin Tant que
12	Afficher $n$
13	Fin Algorithme

(b) L'algorithme affiche 54. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.