

Exercice 1 ★ Dans chaque cas, (u_n) est une suite géométrique. Compléter le tableau ci-contre :

u_0	q	Forme explicite	Limite	Variations
2	1.04	$u_n = 2 \times 1.04^n$	$+\infty$	croissante
5	0.96	$u_n = 5 \times 0.96^n$	0	décroissante
-10	0.5	$u_n = -10 \times 0.5^n$	0	croissante
1	0.7	$u_n = \left(\frac{7}{10}\right)^n$	0	décroissante
-2	5	$u_n = -2 * 5^n$	$-\infty$	décroissante

Exercice 2 ★ On considère (u_n) une suite géométrique de raison $q = 0.78$ et de premier terme $u_0 = 250$.

- Déterminer u_{10} ; $u_{10} = 250 \times 0.78^{10} \approx 20.8$
- Déterminer la somme $u_0 + u_1 + \dots + u_9$; $S = \frac{u_{10} - u_0}{q - 1} = \frac{20.8 - 250}{0.78 - 1} \approx 1041.81$
- Lorsque n tend vers $+\infty$, déterminer la limite de la somme S_n . *Lorsque n devient grand, les termes de la suite géométrique se rapprochent de 0 car leur raison est plus petite que 1; ainsi au bout d'un moment $u_n \approx 0$; or pour tout n , $S_n = \frac{u_n - u_0}{q - 1} \approx \frac{-u_0}{q - 1} = \frac{-250}{-0.22}$ soit à peu près 1136.*

Exercice 3 ★ On considère (u_n) une suite géométrique de raison $q = 1.086$ et de premier terme $u_0 = 50$.

- Déterminer u_{15} ; $u_{15} = 50 \times 1.086^{15} \approx 172.35$
- Déterminer la somme $u_0 + u_1 + \dots + u_{14}$; $S = \frac{u_{15} - u_0}{q - 1} = \frac{172.35 - 50}{1.086 - 1} \approx 1422.67$
- Lorsque n tend vers $+\infty$, déterminer la limite de la somme S_n ; *La suite géométrique u_n tend ici vers $+\infty$ car sa raison est plus grande que 1; de la même façon, les sommes consécutives grandissent sans cesse... et $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n = +\infty$.*
- À l'aide du tableur, déterminer le plus petit entier n (qu'on appellera n_0) tel que $S_n > 1000$. *On a de façon générale, $S_n = \frac{u_n - u_0}{q - 1} = \frac{50 \times 1.086^n - 50}{1.086 - 1} = \frac{50 \times 1.086^n - 50}{0.086}$ et au tableur $S_n > 1000$ dès que $n \geq 12$.*

Exercice 4 ★ On considère (u_n) une suite géométrique de raison $q_u = 0.8$ et de premier terme $u_0 = 1000$ et (v_n) une autre suite géométrique de raison $q_v = 1.02$ et de premier terme $v_0 = 10$.

1. Quelle est la suite croissante, la suite décroissante ? Pourquoi ? *La suite géométrique de raison q telle que $0 < q < 1$ est décroissante (vers 0) ; donc la suite (u_n) est décroissante et (v_n) dont la raison est plus grande que 1 est croissante (avec un premier terme positif...)*
2. À l'aide du tableur, déterminer la plus petite valeur de n pour laquelle $v_n > u_n$. *Au tableur, $v_n > u_n$ dès que $n \geq 19$!*