

**Exercice 1** ★ Dans cet exercice, la suite  $(U_n)$  désigne une suite arithmétique de raison  $r$  et  $(V_n)$  une suite géométrique de raison  $q$ .

On rappelle que pour une suite arithmétique  $u_n = u_0 + n \times r$  et pour une suite géométrique  $v_n = v_0 \times q^n$ .

1. Calculer  $U_{10}$  si  $U_0 = 5$  et  $r = 2$ .  $U_{10} = U_0 + 2 \times 10 = 25$ .
2. Calculer  $U_0$  si  $U_{15} = 241$  et  $r = 3$ . On a  $u_{15} = u_0 + 3 \times 15$  donc  $u_0 = u_{15} - 45 = 196$ .
3. Calculer  $U_{27}$  si  $U_{11} = 10$  et  $r = 2,4$ . Pour passer du rang 11 au rang 27 on ajoute à  $u_{11}$ , 16 fois la raison. Donc  $U_{27} = U_{11} + 16 \times 2,4 = 48,4$
4. Calculer  $V_{10}$  si  $V_0 = 6$  et  $q = 1,1$ .  $v_{10} = v_0 \times 1,1^{10} \approx 15,56$
5. Calculer  $V_8$  si  $V_1 = 100$  et  $q = 0,8$ .  $v_8 = v_1 \times 0,8^7 \approx 20,97$

**Exercice 2** ★  $(U_n)$  est une suite géométrique de raison  $q = 3$  et de premier terme  $U_0 = 10$ .

1. Exprimer  $U_{n+1}$  en fonction de  $U_n$ . C'est la forme récurrente :  $U_{n+1} = q \times U_n$
2. Exprimer  $U_n$  en fonction de  $n$ . C'est la forme explicite :  $U_n = U_0 \times q^n$

**Exercice 3** ★  $(t_n)$  est une suite arithmétique de raison  $r = 4,2$  et de premier terme  $t_0 = -50$ .

1. Exprimer  $t_{n+1}$  en fonction de  $t_n$ . C'est la forme récurrente :  $V_{n+1} = V_n + r$
2. Exprimer  $t_n$  en fonction de  $n$ . C'est la forme explicite :  $v_n = v_0 + n \times r$ .

**Exercice 4** ★ Un indice boursier perd tous les jours 10% de sa valeur. Avec quelle suite peut-on modéliser cette situation ?

On passe d'un indice au suivant en multipliant par 0,9; on construit donc une progression géométrique!  
On modélise donc l'évolution par une suite géométrique.

**Exercice 5** ★ Un jardinier plante un palmier de 45cm de hauteur. Chaque année, le palmier grandit de 22 cm. Par quelle suite peut-on modéliser cette situation ?

On ajoute 22cm pour passer d'une hauteur à la suivante; on modélise donc par une suite arithmétique...

**Exercice 6** ★★ On place un capital de 1000 € à intérêts composés au taux annuel de 4,4%.

1. Quelle suite permet de modéliser la situation? Une suite géométrique de raison 1,044 et de premier terme 1000.
2. Combien d'année faudra t-il épargner pour doubler le capital initial? Il faut rechercher la plus petite valeur de  $n$  telle que  $1000 \times 1,044^n > 2000$ . Au tableur on trouve  $n = 17$ .

**Exercice 7** ★★ Le livret  $A$  est très prisé des Français. À la date du 28 août 2017, le taux simple du livret  $A$  s'élève à 0.75% et la capitalisation s'effectue tous les 15 jours. C'est-à-dire que tous les 15 jours, vous ajoutez à votre capital acquis 0.75% du capital initial.

Mr BON Jean place au 1 septembre 2017, 2000€ sur un livret  $A$ .

1. Quelle suite permet de modéliser la situation? On modélise par une suite arithmétique de premier terme 2000 et de raison  $r = 2000 \times 0.0075 = 15$
2. Quel sera le capital acquis le 15 avril 2018? Du 28 août au 15 avril, il y a 15 quinzaines et  $u_{15} = 2000 + 15 \times 15 = 2225$

**Exercice 8** ★Voici un algorithme.

1. Que fait cet algorithme si on prend  $N = 5$ ? Il calcule les différentes valeurs de la suite  $u$  jusqu'au rang 5; tant que la valeur de la variable  $N$  n'est pas égale à 0, on effectue les deux instructions  $u \leftarrow 2 * u - 1$  et  $N \leftarrow N - 1$ ; l'écriture  $u \leftarrow 2 * u - 1$  doit s'entendre par « la nouvelle valeur de  $u$  est égale à 2 fois l'ancienne valeur de  $u$  - 1 », ce qui n'est qu'une nouvelle façon d'exprimer la récurrence  $u_{n+1} = 2 \times u_n - 1$  :

$N$	5	4	3	2	1	0
$u$	10	19	37	73	145	289

$u = 289$  en sortie.

Donc cet algorithme affiche

<b>Entrée(s)</b> $N > 0$ $u \leftarrow 10$ <b>tant que</b> $N \neq 0$ <b>faire</b> $u \leftarrow 2 * u - 1$ $N \leftarrow N - 1$ <b>fin du tant que</b> <b>Sortie(s)</b> $u$
--

2. Que se passe-t-il si on choisit  $u = 1$  dès le départ? les termes de la suite restent égaux à 0; la suite est constante ou stationnaire...

**Exercice 9** ★Et celui-là...

1. Que se passe-t-il si  $N = 6$ ? C'est la même suite que précédemment; on utilise juste une boucle « pour » pour répéter plusieurs fois la même instruction.
2. Cet algorithme est-il différent du premier? Non !!!

<b>Entrée(s)</b> $N > 0$ $u \leftarrow 10$ <b>pour</b> $i$ allant de 0 <b>a</b> $N$ <b>faire</b> $u \leftarrow 2 * u - 1$ <b>fin du pour</b> <b>Sortie(s)</b> $u$
--

**Exercice 10** ★ ★Et puis un autre un algorithme.

On considère la suite  $(U_n)$  définie par  $U_0 = 5$  et pour tout  $n > 0$ ,  $U_{n+1} = 4 \times U_n + 1$ .

1. À la calculatrice, déterminer  $U_5.U_{15} = 5461$
2. Compléter l'algorithme ci-contre pour qu'il calcule les termes de la suite  $(U_n)$  tant qu'ils sont inférieurs à une valeur de  $A$  proposée en entrée.
3. À quoi correspond la valeur de  $N$  affichée par cet algorithme? *C'est la plus petite valeur de  $n$  pour laquelle  $u_n > A$ , la valeur de  $A$  étant saisie par l'utilisateur!*
4. Pourquoi est-on sûr que cet algorithme s'arrête quelque soit la valeur de  $A$  choisit au départ? *On peut conjecturer et démontrer que la limite de la suite est  $+\infty$  et en déduire que quelque soit la valeur imposée  $A$  il existera un rang  $N$  à partir duquel  $u_n > A$  dès que  $n \geq N$ .*

```
Entrée(s)  $A > 0$   
 $N \leftarrow 0, U \leftarrow 5$   
tant que  $u < A$  faire  
     $u \leftarrow 4 * u + 1$   
     $N \leftarrow N + 1$   
fin du tant que  
Sortie(s)  $N$ 
```