

Exercice 1 Dans cet exercice U_n désigne une suite arithmétique de raison r et de premier terme U_0 .

1. Calculer U_{10} si $r = 6$ et $U_0 = -11$;
2. Calculer U_{26} si $r = -12$ et $U_7 = 14$;
3. Calculer r si $U_{23} = 15$ et $U_{38} = 164$.

Exercice 2

1. Calculer la somme $S = u_1 + u_2 + \dots + u_{20}$ où u_n est arithmétique de raison 3 avec $u_4 = 10$.
2. Calculer la somme $S = 2 + 5 + 8 + \dots + 302$
3. Que vaut l'expression $D = 1 - 2 + 4 - 6 + 7 - 10 + \dots + 61 - 82$?

Exercice 3 Dans cet exercice, (V_n) désigne une suite géométrique de raison q et de premier terme V_0 . Dans les calculs suivants on donnera les valeurs arrondis au centième si nécessaire.

1. Calculer V_{10} si $V_0 = 5$ et $q = 0.3$;
2. Calculer V_6 si $V_{15} = 8500$ et $q = 2.4$;

Exercice 4

1. Calculer la somme $S = 1 + 3 + 9 + \dots + 14348907$
2. Ecrire sous forme de quotient l'expression $E(x) = 1 + x + x^2 + \dots + x^{n-1} + x^n$.

Exercice 5 On souhaite effectuer un placement auprès d'un organisme bancaire. On distingue alors deux sortes de taux d'intérêts annuels [Ⓐ] :

le taux simple , les intérêts sont calculés chaque année à partir du capital initial;

le taux composé , les intérêts à l'année n sont calculés à partir du capital acquis l'année précédente. Dans ce cas les intérêts génèrent des intérêts.

Le tableau suivant montre un exemple d'évolution suivant le contrat choisi.

	taux simple à 2.75%	taux composé à 2%
Année 0	5000	5000
Année 1	5137.5	5100
Année 2	5275	5202
Année 3	5412.5	5306.04
...
Année n		

Ⓐ. on pourrait choisir une autre unité de temps mais c'est en général le taux annuel qui est proposé.

On appelle S_n (respectivement C_n) le capital acquis au bout de n années avec le taux simple (respectivement le taux composé).

1. Comment évolue les termes de la suite S_n ? Proposer une formule pour déterminer la capital acquis au bout de n années de placement.
2. Comment évolue les termes consécutifs de la suite C_n ? Proposer une formule pour déterminer la capital acquis au bout de n années de placement.
3. Dans les deux cas, donner une formule qui calcule les intérêts acquis au bout de n années de placement.
4. A l'aide du tableur de la calculatrice, comparer l'évolution de ces deux propositions en effectuant par exemple, la représentation graphique des deux suites :
 - On place 3800€ au taux composé de 3% sur 10 ans ;
 - On place 4000€ au taux simple de 3,5% sur 10 ans ;

Exercice 6 *Le paradoxe de Zénon : Achille et la tortue*

Achille et une tortue font une course. La tortue a au point de départ 700m d'avance sur Achille.

Achille court à une vitesse de 14m/s et la tortue avance à une allure de 0.25km/h soit 0.07 mètre par seconde.

Pour Zénon, Achille ne rattrapera jamais la tortue. En effet lorsque Achille arrive au point où était la tortue, et celle-ci a parcouru une distance qui l'éloigne de ce point. Et ainsi de suite! Achille doit toujours parcourir une distance pour rattraper la tortue et ceci pendant un temps infini.

Voici la réponse mathématique.

Soit d_n la distance parcourue, en mètre, par Achille à l'étape n pour atteindre l'endroit où était la tortue. On a donc $d_1 = 700$.

1. Calculer la distance parcourue par la tortue pendant ce temps là et en déduire d_2 .
2. Exprimer d_{n+1} en fonction de d_n . Que peut-on en déduire pour (d_n) ?
3. Donner en fonction de n , la distance D_n parcourue par Achille, c'est-à-dire $D_n = d_1 + d_2 + \dots + d_n$.
4. Déterminer la limite de D_n et interpréter le résultat.

Exercice 7 Bob a reçu 200000€ en héritage. Il décide de placer cette somme et trouve un placement au taux de 6%. Mais chaque année il doit retirer 9000€ pour payer les impôts dus à ce placement. On appelle C_n le capital acquis au bout de n années de placement.

1. Expliquer pourquoi (C_n) vérifie la relation de récurrence suivante :

$$C_{n+1} = 1.06C_n - 9000$$

2. Calculer à la calculatrice les premiers termes de cette suite. Est-elle arithmétique? géométrique?
3. On considère la suite auxiliaire (U_n) définie par :

$$U_n = C_n - 150000$$

- Montrer que (U_n) est une suite géométrique dont on précisera les caractéristiques.
- Exprimer U_n puis C_n en fonction de n .
- De quelle somme, Bob disposera t-il au bout de 5 ans ?
- Bob veut acheter une maison à 280000€. Combien d'années devra t-il attendre avant de disposer de cette somme ?

Exercice 8 Le carré a un côté de mesure 1.
Calculer l'aire de la partie hachurée constituée d'un infinié de triangle.

