Exercice 1 Pour chaque trinôme, donner les éventuelles racines, le signe puis les variations sur $\mathbb{R}$.

1. $P_1(x) = 2x^2 + 4x - 6$
   Aucune difficulté. On applique rigoureusement les méthodes du cours. On trouve $\Delta = 64$. Donc P_1 admet deux racines $x_1 = 1$ et $x_2 = -3$ et P_1 change de signe entre ces deux valeurs, sachant que $P_1(x) \leq 0$ pour x dans l'intervalle $[-3; 1]$. Enfin, P_1 admet un minimum $(a > 0)$ en $x = -\dfrac{b}{2a} = -1$ qui vaut -8.
   Rappelons que la connaissance des racines de P_1 permet le calcul rapide des coordonnées du sommet de la parabole représentative de P_1, c'est-à-dire du couple $(-1; -8)$ précédemment calculé.

2. $P_2(x) = -x^2 + 4x - 5$
   Le calcul du discriminant donne $\Delta = -4$. On conclut que P_2 n'a pas de racines et qu'il conserve un signe constant(négatif ici) quelque soit les valeurs de x réelles .
   Il admet de plus un maximum $(a < 0)$ en $x = 2$ qui vaut -1.

3. $P_3(x) = 4(1 + (5 - 2x)^2)$
   P_3 n'est pas donné sous sa forme développée, on ne peut donc pas dans l'état calculer son discriminant pour conclure. Cependant, on peut procéder autrement. En effet :

$$\forall x \in \mathbb{R}, (5 - 2x)^2 \geq 0$$
$$\text{donc } 4(1 + (5x - 2)^2) \geq 4, \forall x \in \mathbb{R} \text{ avec égalité si } x = \frac{5}{2}.$$

   Donc P_3 n'a pas de racines, garde un signe positif (car toujours plus grand que 4) et atteint un minimum en $x = \dfrac{5}{2}$ qui vaut 4.

4. $P_4(x) = -2(x - 10)(x + 4)$
   On peut développer P_4 et appliquer les méthodes du cours. Mais on peut aussi remarquer que P_4 admet deux racines évidentes données par sa forme factorisée, à savoir $x_1 = 10$ et $x_2 = -4$. L'existence de ces deux racines prouvent de plus que P_4 est positif (signe contraire de a) pour x dans l'intervalle $[-4; 10]$.
   Enfin, on conclut aussi facilement que P_4 admet un maximum $(a < 0)$ en $x = \dfrac{-4 + 10}{2} = 3$ qui vaut $P_4(3) = 98$

Exercice 2 Plus difficile que les autres !
Résoudre les équations suivantes :

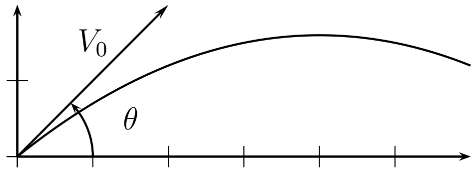
1. $2cos^2(x) - 3cos(x) + 1 = 0$
   On pourra poser $X = cos(x)$

2. $x^4 - x - 20 = 0$
   On pourra poser $X = x^2$

Exercice 3

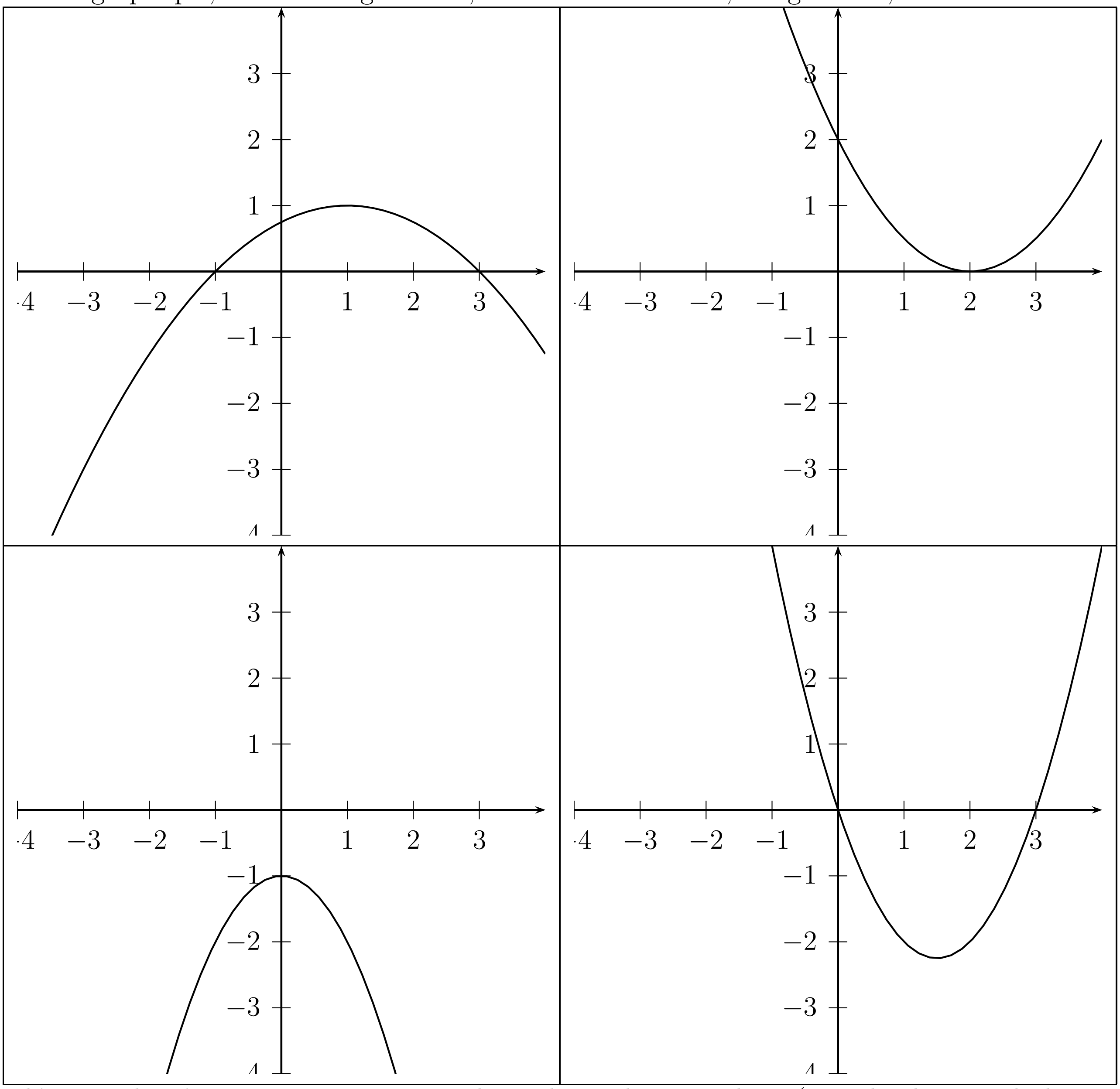
1. Un rectangle a un périmètre de $14cm$ et une aire de $12cm^2$. Quelles son t les dimensions du rectangle ?
2. Etude d'une trajectoire

On lance un projectile d'un point O avec une vitesse V_0 formant un angle θ avec l'horizontale. La trajectoire de ce mobile est donnée par l'équation : $y = -\dfrac{g}{2V_0 cos^2(\theta)}x^2 + tan\theta x$



Déterminer en fonction de V_0 et θ, la hauteur maximale atteinte par le mobile.

Exercice 4 Chaque parabole est représentative d'un polynôme P du second degré. Dans chaque cas,par lecture graphique, donner le signe de Δ, le nombre de racines, le signe de a, la valeur de c et le signe de P.



Eléments de réponse : Les variations de P donne le signe de a (regardez le sens de la parabole) ; si la parabole représentative de P coupe l'axe des abscisses en deux points alors $\Delta > 0$, en un point $\Delta = 0$ et en aucun point $\Delta < 0$; la valeur de c est la valeur de l'ordonnée du point d'intersection de la parabole et *de l'axe des ordonnées ; enfin le signe du polynôme P est donné par la position de la parabole par rapport à l'axe des abscisses.*

Question subsidiaire :

La première parabole est représentative de la fonction $P(x) = -0.25x^2 + 0.5x + 0.75$. Saurez-vous retrouvez l'expression des autres paraboles ?