Exercice 1 On considère un triangle EFG isocèle en E tel que $FG = 6$ et $EF = 10$.

1. Déterminer le produit scalaire $\overrightarrow{FE} \cdot \overrightarrow{FG}$.
2. Soit H le projeté orthogonal de G sur la droite (EF). Montrer que $FH = 1,8$.

Exercice 2 On donne $AB = 4; AC = 5$ et $BC = 6$. Justifier que le triangle ABC est constructible et calculer au degré près les angles aux sommets du triangle.

Exercice 3

Soit $ABCD$ un carré. On construit le rectangle $APQR$ tel que :

- P et R sont sur les côtés $[AB]$ et $[AD]$ du carré ;
- $DR = AP$

L'objectif est de démontrer que les droites (CQ) et (PR) sont perpendiculaires.

PREMIÈRE MÉTHODE :

1. On se place dans le repère $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$. Que dire d'un tel repère ?
2. On appelle p l'abscisse de P dans le repère précédent.
   (a) Déterminer les coordonnées des points P, R, C et Q dans ce repère ;
   (b) En déduire les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{PR}$ et $\overrightarrow{CQ}$;
   (c) En déduire l'orthogonalité des vecteurs $\overrightarrow{PR}$ et $\overrightarrow{CQ}$ puis concluez.

DEUXIÈME MÉTHODE :

1. Démontrer que $\overrightarrow{CQ} \cdot \overrightarrow{PR} = \overrightarrow{CQ} \cdot \overrightarrow{PA} - \overrightarrow{CQ} \cdot \overrightarrow{RA}$;
2. Utiliser la formule des projetés orthogonaux pour calculer les produits scalaires $\overrightarrow{CQ} \cdot \overrightarrow{PA}$ et $\overrightarrow{CQ} \cdot \overrightarrow{RA}$;
3. Conclure.

Exercice 4 Démontrer la formule dite du parallélogramme :

$$\|\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v}\|^2 + \|\overrightarrow{u} - \overrightarrow{v}\|^2 = 2 \times (\|\overrightarrow{u}\|^2 + \|\overrightarrow{v}\|^2)$$

Exercice 5 On considère un segment $[AB]$ de longueur 2.

1. Déterminer l'ensemble des points M du plan qui vérifie la relation $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} = 2$. Construire cet ensemble.
2. Déterminer l'ensemble des points M du plan qui vérifie la relation $MA^2 + MB^2 = 8$. Construire cet ensemble.
3. Déterminer l'ensemble des points M du plan qui vérifie la relation $MA^2 - MB^2 = 8$. Construire cet ensemble.

Exercice 6 On considère un triangle quelconque OAB. A l'extérieur du triangle, on construit les carrés $AONM$ et $OBEF$. Démontrer que les droites (AF) et (NB) sont perpendiculaires.

Exercice 7 On considère un carré $ABCD$ de côté a ; on appele I le milieu de $[BC]$ et J celui de $[CD]$. On appelle θ l'angle $\widehat{IAJ}$.
L'objectif est la recherche d'une valeur approchée de θ.Pour cela , on calcule le produit scalaire $\overrightarrow{AI}.\overrightarrow{AJ}$ de deux façons différentes.

1. Calculer $\overrightarrow{AI}.\overrightarrow{AJ}$ en fonction de θ et de a.
2. (a) Exprimer $\overrightarrow{AI}.\overrightarrow{AJ}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$;
   (b) En déduire la valeur de $\overrightarrow{AI}.\overrightarrow{AJ}$.
3. Conclure en donnant la valeur exacte de $cos(\theta)$ puis une valeur approchée de θ au degré près.