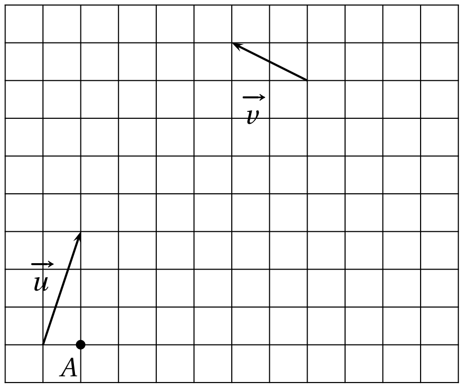
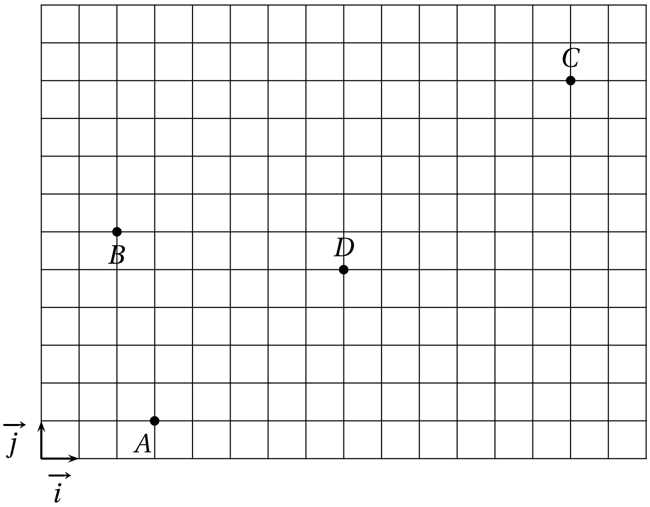
Exercice 1 On considère les vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ ci-dessous :



1. Construire le point B tel que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{u} + \overrightarrow{v}$;
2. Construire le point C tel que $\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{u} - 3\overrightarrow{v}$;
3. Démontrer que : $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{u} - 4\overrightarrow{v}$

Exercice 2 On donne une base $(\overrightarrow{i}\,;\overrightarrow{j})$ de vecteurs. Exprimez les vecteurs suivants dans cette base :



1. $\overrightarrow{AB} = \ldots$
2. $\overrightarrow{AC} = \ldots$
3. $\overrightarrow{BA} = \ldots$
4. $\overrightarrow{BC} = \ldots$
5. $\overrightarrow{AD} = \ldots$
6. $\overrightarrow{CD} = \ldots$

Exercice 3 On considère un parallélogramme $MNPQ$.

1. Construire :
   - le point R tel que $\overrightarrow{QN} = \overrightarrow{NR}$;
   - le point S tel que $\overrightarrow{MS} = -4\overrightarrow{MP}$;
   - le point T tel que $\overrightarrow{MT} = 4\overrightarrow{MN}$;
2. Exprimez le vecteur $\overrightarrow{TS}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{QP}$ et $\overrightarrow{QM}$.
3. Exprimez le vecteur $\overrightarrow{TR}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{QP}$ et $\overrightarrow{QM}$.
4. En déduire que les vecteurs $\overrightarrow{TS}$ et $\overrightarrow{TR}$ sont colinéaires.
5. Que peut-on dire des points T, S et R ?

Exercice 4 ABC est un triangle quelconque. On définit les points M, N et P par les relations :

$$\overrightarrow{AM} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}\,;\overrightarrow{AN} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB}\,;\overrightarrow{BP} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$$

Démontrer que les points M, N et P sont alignés.

Exercice 5 Soit ABC un triangle quelconque et G son centre de gravité. Démontrer que :

$$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{0}$$

Exercice 6 ABC est un triangle quelconque. Les points D et E sont définis par :

$$\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} \text{ et } \overrightarrow{BE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$$

Démontrer que les points A, D et E sont alignés.

Exercice 7 On considère un triangle ABC quelconque. On appelle O le centre du cercle circonscrit au triangle ABC, A' le milieu du segment $[BC]$,B' le milieu du segment $[AC]$ et C' le milieu du segment $[AB]$.

1. On considère le point H défini par la relation : $\overrightarrow{OH} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$.(1)

   (a) Justifier que $\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = 2\overrightarrow{OA'}$;

   (b) En déduire de la relation (1) que : $\overrightarrow{AH} = 2\overrightarrow{OA'}$

   (c) Démontrer alors que les droites (AH) et (BC) sont perpendiculaires.

   (d) De la même façon, en déduire que les droites (BH) et (AC) sont perpendiculaires.

   (e) Que représente le point H pour le triangle ABC ?

2. On appelle G le centre de gravité du triangle ABC.

   (a) Démontrer que : $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{0}$

   (b) En déduire que : $3\overrightarrow{OG} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$

   (c) En déduire d'après les questions précédentes que :$3\overrightarrow{OG} = \overrightarrow{OH}$

   (d) Que peut-on dire de l'orthocentre, du centre de cercle circonscrit et du centre de gravité d'un triangle ?

La droite qui passe par les points O, H et G est appelée droite d'EULER du triangle.