**Exercice 1** ✭ Dans chaque cas déterminer l'équation cartésienne de la droite $(AB)$.

1. $A(5;1)$ et $B(-4;5)$ ;*On détermine d'abord un vecteur directeur* $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} -9 \\ 4 \end{pmatrix}$ *; l'équation cartésienne s'écrit déjà* $(AB) : 4x + 9y + c = 0$*. Pour déterminer la valeur de* $c$*, on remplace* $x$ *et* $y$ *par les coordonnées de* $A$ *ou de* $B$ *(et de manière générale de tout point appartenant à cette droite) et on résout l'équation d'inconnue* $c$*. On a :*$4\times5+9\times1+c = 0$ *soit* $c = -29$*. Et enfin* $(AB) : 4x+9y-29 = 0$

2. $A(1;-4)$ et $B(1;10)$ ;*On détermine d'abord un vecteur directeur* $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 0 \\ 14 \end{pmatrix}$ *;la droite est donc parallèle à l'axe des ordonnées et son équation est donc de la forme* $x = k$*. Les coordonnées de* $A$ *et* $B$ *donnent* $k = 1$ *et finalement* $(AB) : x = 1$*.*

3. $A(15;1)$ et $B(-20;1)$*De la même façon, la droite* $(AB)$ *est parallèle à l'axe des abscisses ; donc son équation est de la forme* $y = k$ *;les points* $A$ *et* $B$ *ayant une ordonnée égale à 1, on en déduit* $(AB) : y = 1$

**Exercice 2** ✭ Pour chaque équation cartésienne, donner les coordonnées d'un vecteur directeur et d'un point appartenant à la droite qu'elle représente.

1. $2x - 3y = 10$ ; $\overrightarrow{u} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ *et* $A(5;0)$ *ou* $B(0;\frac{10}{3})$ *ou* $C(-1;4)$*...*

2. $x + y + 1 = 0$ ; $\overrightarrow{u} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ *et* $A(-1;0)$ *ou* $B(0;-1)$ *ou* $C(-10;9)$*...*

3. $y - 12 = 0$ ; $\overrightarrow{u} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ *ou* $\overrightarrow{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ *plus simplement et* $A(0;12)$ *ou* $B(10;12)$ *ou* $C(-1;12)$*...*

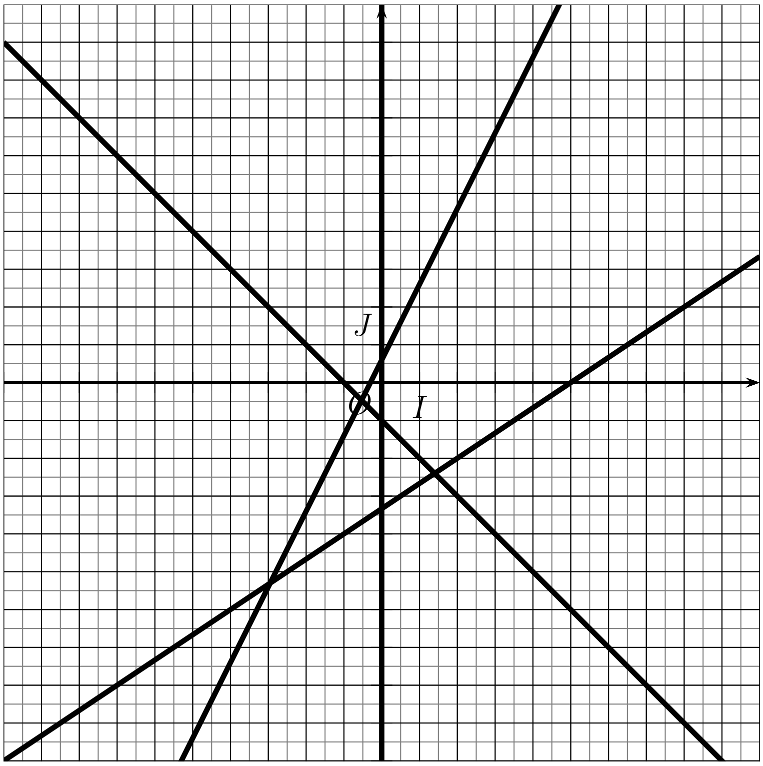
4. $x = 0$ ; $\overrightarrow{u} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ *et* $A(0;1)$ *ou* $B(0;-1548)$ *ou* $C(0;0)$*...*

5. $10x - 5y + 3 = 0$. $\overrightarrow{u} = \begin{pmatrix} 5 \\ 10 \end{pmatrix}$ *ou* $\overrightarrow{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ *plus simplement et* $A(0;\frac{3}{5})$ *ou* $B(1;\frac{13}{3})$ *ou* $C(\frac{1}{5};1)$*...ne cherchez pas de points à coordonnées entières qui appartiendraient à la droite car il n'en existe pas !*

**Exercice 3** ✭ Dans un repère du plan, construire les droites dont les équations cartésiennes sont données dans l'exercice précédent.

*Il suffit de trouver les coordonnées de deux points appartenant à la droite ou un point et un vecteur directeur !*


marc.turro@ac-bordeaux.fr




**Exercice 4** ✯ Donner l'équation cartésienne de la droite :

- $d_1$ passant par $C(1;-2)$ et de vecteur directeur $\overrightarrow{u_1} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$ *Toute droite admet une équation cartésienne de la forme $ax + by + c = 0$ où $-b$ et $a$ donnent les coordonnées d'un vecteur directeur de la droite. Ainsi peut-on déjà écrire $d_1 : -2 \times x - 3 \times y + c = 0$ où $c$ reste à déterminer. Or le point $C(1;-2)$ appartenant à $d_1$, on a alors : $-2 \times 1 - 3 \times (-2) + c = 0$ soit $c = -4$ ; finalement $d_1 : -2x - 3y - 4 = 0$ ou plus simplement $2x + 3y + 4 = 0$.*
- $d_2$ passant par $D(4;0)$ et de vecteur directeur $\overrightarrow{u_2} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ *La droite $d_2$ est parallèle à l'axe des ordonnées ; son équation est donc de la forme $x = k$. Le point $D$ d'abscisse 4 appartenant à cette droite, on a alors $d_2 : x = 4$.*

**Exercice 5** ✯ Résoudre les systèmes suivants :

1. $\begin{cases} x + y - 1 = 0 \\ 2x - y = 3 \end{cases}$ *On peut procéder par substitution car l'exemple s'y prête ; en effet la seconde ligne donne $y = 2x+3$ puis en substituant dans la première ligne, on a $x+2x+3-1 = 0$ soit $3x+2 = 0$ soit $x = -\frac{2}{3}$ ; puis $y = 2\times(-\frac{2}{3})+3 = \frac{5}{3}$. Le système a donc une seule solution, le couple $(x;y) = (-\frac{2}{3};\frac{5}{3})$.*

2. $\begin{cases} 2x + 13y = 43 \\ 3x + 2y = 1 \end{cases}$ '*Procédons par combinaison linéaire :* $\begin{cases} 6x + 39y = 129 \\ 6x + 4y = 2 \end{cases}$ *puis en enlevant la*

*première ligne à la seconde, on obtient* $35y = 127$ *soit* $y = \dfrac{127}{35}$*. On remplace alors cette valeur dans l'une des deux équations précédentes pour déterminer la valeur de* $x$ *; on obtient alors* $x = -\dfrac{73}{35}$

**Exercice 6** ✯ On considère les droites $d_1 : x + y - 10 = 0$ et $d_2 : 4x - y + 1 = 0$.

1. Justifier que les droites $d_1$ et $d_2$ sont sécantes en un point $I$ ;*Un vecteur directeur* $\overrightarrow{u_1} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ *de* $d_1$ *et un vecteur directeur* $\overrightarrow{u_2} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$ *ne sont pas colinéaires ; donc les droites qu'ils dirigent ne sont pas parallèles.*
2. En résolvant un système, déterminer les coordonnées du point $I$.*Les coordonnées du point I vérifient les deux équations puisqu'il appartient aux deux droites. Donc les coordonnées de* $I$ *sont solutions du système* $\begin{cases} x + y - 10 = 0 \\ \\ 4x - y + 1 = 0 \end{cases}$

**Exercice 7** ✯✯ On considère la droite $\Delta : 2x - 7y + 10 = 0$ et la droite $d_m$ d'équation $mx + (m-3)y - 1 = 0$ où $m$ est un nombre quelconque.

1. Dans un repère du plan, construire les droites $d_{-1}$ et $d_3$ obtenue pour $m = -1$ et $m = 3$.
2. Démontrer que le point $M$ de coordonnées $(\frac{1}{3}; -\frac{1}{3})$ appartient à la droite $d_m$ pour toutes les valeurs de $m$.
3. Existe t-il une valeur de $m$ pour laquelle $d_m$ et $\Delta$ soient parallèles ? Justifier.

**Exercice 8** ✯✯ On considère les points $A(1; 0), B(21, 12)$ et $C(7; 22)$.

1. Déterminer les coordonnées des milieux $I, J$ et $K$ des segments $[AB]; [AC]$ et $[BC]$ ;
2. On appelle médiane d'un triangle toute droite qui passe par un sommet et le milieu du côté opposé à ce sommet. Déterminer une équation cartésienne de chaque médiane du triangle $ABC$ ;
3. Prouver que les trois médianes du triangle sont concourantes en un point dont on déterminera les coordonnées.

**Exercice 9** Deux vecteurs $\overrightarrow{u}$ de coordonnées $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{v}$ de coordonnées $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ sont orthogonaux s'ils indiquent des directions perpendiculaires. Et on a le résultat suivant :

$$\overrightarrow{u} \text{ et } \overrightarrow{v} \text{ sont orthogonaux si et seulement si } x \times x' + y \times y' = 0$$

On considère les droites $d_1 : 4x - y + 2 = 0$, $d_2 : x + 4y - 5 = 0$ et $d_3 : 2x - 3y = 0$.

1. Prouver que $d_1$ et $d_2$ sont perpendiculaires ;
2. Donner l'équation de la perpendiculaire à $d_3$ passant par le point $A(2; 2)$.